

Matematik EUX 01 – Cykelprojekt – Analytisk plangeometri

$$l: y = 28,6x - 8,18$$

$$n: y = 0,4x + 0,28$$

$$m: y = 0,5x - 0,15$$

a)

Formler:

$$y = a_1x + b_1$$

$$y = a_2x + b_2$$

$$a_1x + b_1 = a_2x + b_2$$

Udregn timer:

$$28,6x - 8,18 = 0,4x + 0,28$$

$$28,6x - 0,4x = 0,28 + 8,18$$

$$28,2x = 8,46$$

$$x = \frac{8,46}{28,2}$$

$$x = 0,3$$

$$y = 28,6 \cdot 0,3 - 8,18$$

$$y = 0,4$$

$$A = (0,3; 0,4) \quad \checkmark$$

du må gerne skrive at der er skærings punktet imellem de 2 linie

b)

Formler:

$$P = (x_1; y_1)$$

$$y = ax + b$$

$$s = \frac{|ax_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Udregninger:

$$m: y = 0,5x - 0,15$$

$$P = A = (x_1; y_1) = (0,3; 0,4)$$

$$s = \frac{|0,5 \cdot 0,3 + (-0,15) - 0,4|}{\sqrt{(0,5)^2 + 1}} = \frac{0,4}{\sqrt{1,25}}$$

$$s = 0,36 \quad \checkmark$$

c)

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$A = (x_1; y_1) = (a; b) = (0,3; 0,4)$$

$$r = s = 0,36$$

$$(x - 0,3)^2 + (y - 0,4)^2 = 0,36^2 \quad \checkmark$$

d)

$$x = 0$$

$$(0 - 0,3)^2 + (y - 0,4)^2 = 0,36^2$$

$$0,3^2 + y^2 + (-0,4)^2 - 2 \cdot -0,4 \cdot y = 0,36^2$$

$$0 = y^2 - 0,8y + 0,1204$$

$$y_{formel} = ax_{formel}^2 + bx_{formel} + c$$

$$x_{formel} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{formel} = y$$

$$y = \frac{-(-0,8) \pm \sqrt{(-0,8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,1204}}{2 \cdot 1} = \frac{0,8 \pm \sqrt{0,1584}}{2}$$

$$y_1 = \frac{0,8 - \sqrt{0,1584}}{2} = 0,20$$

$$y_2 = \frac{0,8 + \sqrt{0,1584}}{2} = 0,60 \quad \checkmark$$

Vi vidste allerede at cirklen havde 2 skæringspunkter med y-aksen, men kunne også finde ud af det, ved at tjekke diskriminanten er større end 0:

$$b^2 - 4ac = (-0,8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,1204 = 0,1584 > 0$$

e)

$$y = ax + b$$

$$l: y = 28,6x - 8,18$$

$$A = (x_1; y_1) = (0,3; 0,4)$$

$$C = (x_2; y_2)$$

$$|AC| = 0,5$$

Siden vi har at gøre med 2 punkter, en linje, hvor mindst 1 af punkterne ligger på linjen, og en kendt afstand mellem punkterne, kan vi forestille os en cirkel med A i centrum og en radius på 0,5. Så kan vi regne skæringspunkterne mellem cirklen og linjen:

$$\text{dist}(A, l) = \frac{ax_1 + b - y_1}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\text{dist}(A, l) = \frac{28,6 \cdot 0,3 + (-8,18) - 0,4}{\sqrt{28,6^2 + 1}}$$

$\text{dist}(A, l) = 0 < 0,5$ Dvs. linjen skærer cirklen i 2 punkter, og siden den er 0 skærer linjen centrum.

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$$

$$(x-0,3)^2+(28,6x-8,18-0,4)^2=0,5^2$$

$$(x-0,3)^2+(28,6x-8,58)^2=0,5^2$$

$$x^2+0,3^2-2\cdot 0,3x+(28,6x)^2+8,58^2-2\cdot 8,58\cdot 28,6x=0,25$$

$$x^2+0,09-0,6x+817,96x^2+73,62-490,78x=0,25$$

$$0=818,96x^2-491,38x+73,46$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-491,38)\pm\sqrt{(-491,38)^2-4\cdot 818,96\cdot 73,46}}{2\cdot 818,96}$$

$$x=\frac{491,38\pm\sqrt{811.098}}{1637.92}$$

$$x_0=\frac{491,38-\sqrt{811.098}}{1637.92}=0.28$$

$$y_0=28,6\cdot 0.28-8,18=-0.17$$

$$x_2=\frac{491,38+\sqrt{811.098}}{1637.92}=0.32$$

$$y_2=28,6\cdot 0.32-8,18=0.972$$



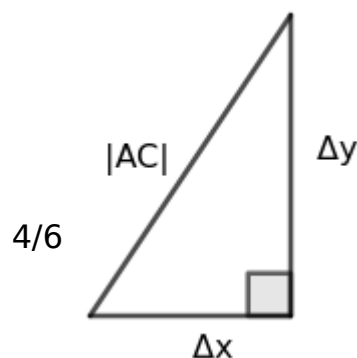
x_2 og y_2 er kordinaterne, fordi, som vi kan aflæse fra skitsen, har C en højere y -værdi end A , og linjen har en positiv hældning, så eftersom C ligger højere, giver det bedst mening hvis $x_2 > x_1 = 0,32 > 0,3$. ✓

Siden punkterne A og C begge ligger på linjen l , og vi kender definitionen på A og l , kan man ud fra det beregne C . Til det kan vi bruge pythagoras:

$$a^2+b^2=c^2$$

$$y=28,6x-8,18$$

$$|AC|=0,5$$



$$0,5^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

$$\Delta y = 28,6 \Delta x$$

$$0,5^2 = \Delta x^2 + (28,6 \Delta x)^2$$

$$0,5^2 = \Delta x^2 + 28,6^2 \Delta x^2$$

$$0,5^2 = \Delta x^2 (1 + 28,6^2)$$

$$\sqrt{0,5^2} = \sqrt{\Delta x^2} \sqrt{(1 + 28,6^2)}$$

$$0,5 = \Delta x \sqrt{(1 + 28,6^2)}$$

$$\Delta x = \frac{0,5}{\sqrt{(1 + 28,6^2)}} = 0.01747$$

$$\Delta y = 28,6 \cdot 0.01747 = 0.4996$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 0,3 + 0.01747 = 0.32$$

$$y_2 = 28,6 \cdot 0,32 - 8,18 = 0.97$$

Som vi kan se er x_2 , og derved også y_2 , det samme i begge beregninger.

f)

$$m: y = 0,5x - 0,15$$

$$B = (B_x; B_y) = (1,4; B_y)$$

$$r = 0,36$$

$$B_y = 0,5 B_x - 0,15 = 0,5 \cdot 1,4 - 0,15 = 0,55$$

$$B = (1,4; 0,55)$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \end{pmatrix} , \text{ som vi får fra } a \text{ i } m \text{ 's definition.}$$

$$\hat{n} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\hat{n}| = \sqrt{-0,5^2 + 1^2} = 1,12$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \frac{-0,5}{1,12} \\ \frac{1}{1,12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,45 \\ 0,89 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BD} = \vec{e} \cdot r = \begin{pmatrix} -0,45 \cdot 0,36 \\ 0,89 \cdot 0,36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,162 \\ 0,3204 \end{pmatrix}$$

$$D = (B_x + \vec{BD}_x; B_y + \vec{BD}_y) = (1,4 + (-0,162); 0,55 + 0,3204) = (1,24; 0,87)$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-D_x)^2 + (y-D_y)^2 = r^2$$

$$(x-1,24)^2 + (y-0,87)^2 = 0,36^2 \quad \checkmark$$

g)

$$0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,3 = 2,8$$

Her skal du lige skrive hvad det er for nogle antagelser du gør dig idet det er det der er det vigtigt og ikke så meget det de skrive kan det passe at det er muligt at lave en cykel med de stang længder du har fundet tegn den evt i geobra

