

Rumgeometri project

Gruppe Simon From, Theis Pieter, Mikkel Kongsted

Fag: Matematik

Afleveringsdato: 10/05/2023

Formål

At opnå forståelse for beregning af volumen og overfladeareal af rumlige figurer

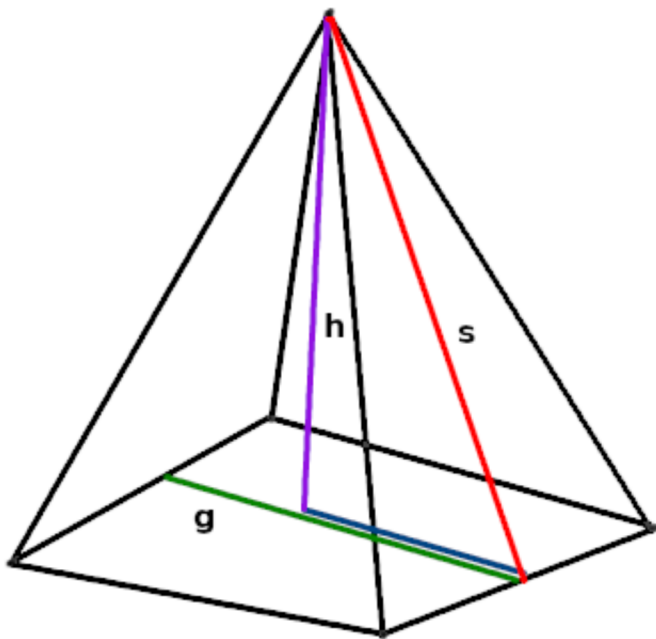
I rumgeometri regner man rumfang/volume og overfladeareal af figurer. Formlerne man bruger til dette afhænger af de figurer man regner på. Formlerne man bruger bygger ofte på cirkler og retvinklede trekanter.

Hvis vi tager eksemplet af at regne overfladearealet af en 4-pyramide.

Bunden er en kvadrat, så der ville man bruge g^2 , hvor g er længden af grundfladesiderne, til at finde arealet. For at finde arealet af siderne, skal man huske at de er trekanter, så man kan

bruge formelen for arealet af en trekant $\frac{s \cdot g}{2}$, hvor s er højden på trekanten. For at finde s ✓

bruger vi pythagores, som siger $s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2}$, her halveres g , da det er længden fra midten af grunfladen ud til siden. (✓)



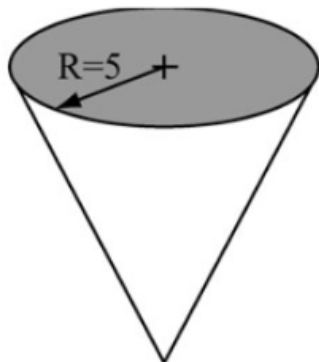
Når man regner med flere forskellige slags figurer kombineret, lægger man dem til hindanden, og/eller trækker fra, så man får de rigtige rumfang og overfladeareal.

(✓)

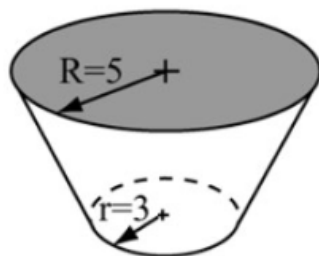
I skulle have lavet lignende gennemgang for alle de figurer, som indgår i opgaven

Opgaven

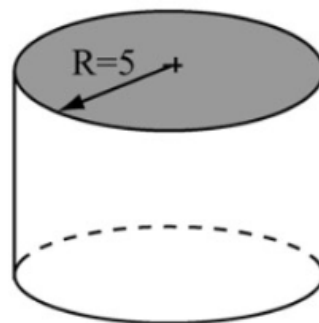
Herunder er et billede af en kegle, en keglestub, en cylinder, en pyramide og en pyramidestub. De grå områder er åbninger. Rumfanget er hver beholder/figur skal være 0,4 liter. Målene på beholderne er angivet i cm.



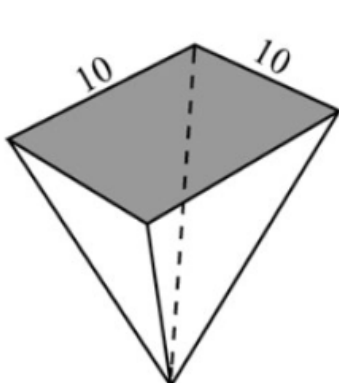
Kegle



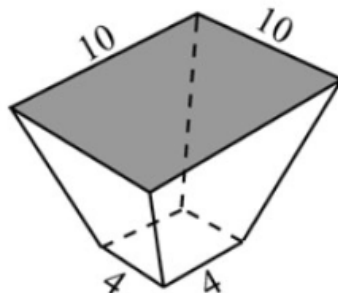
Keglestub



Cylinder



Pyramide



Pyramidestub

Tegning: Peter Hansen

Liter til kubikcentimeter

$$V = 0.4 \text{ L} = \frac{0.4}{0.001} \text{ cm}^3 = 400 \text{ cm}^3$$

$$V := 400:$$

Vi går ud fra at overfladearealerne skal være arealet af de yderlige overflader.

Kegle

$$r_{\text{kegle}} := 5:$$

$$V_{\text{kegle}} = \frac{\pi \cdot h \cdot r^2}{3}:$$

$$h_{\text{kegle}} = \frac{V \cdot 3}{\pi \cdot r^2}:$$

$$h_{\text{kegle}} := \frac{V \cdot 3}{\pi \cdot r_{\text{kegle}}^2} = 15.27887453$$

$$h_{kegle} \cdot cm = 15.27887453 \text{ cm}$$

Denne formel regner den arealet af den krumme overflade, men ikke toppen, da den ikke er med.

$$A_{kegle} = \pi \cdot r \cdot s :$$

s_{kegle} er sidelængden.

$$s_{kegle} = \sqrt{h^2 + r^2} :$$

$$s_{kegle} := \sqrt{h_{kegle}^2 + r_{kegle}^2} = 16.07619379$$

$$A_{kegle} := \pi \cdot r_{kegle} \cdot s_{kegle} = 252.5242616$$

$$A_{kegle} \cdot cm^2 = 252.5242616 \text{ cm}^2$$

Keglestub

$$r_{keglestub} := 5 :$$

$$R_{keglestub} := 3 :$$

$$V_{keglestub} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r^2 + R^2 + r \cdot R) :$$

$$h_{keglestub} = \frac{V}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (r^2 + R^2 + r \cdot R)} :$$

$$h_{keglestub} := \frac{V}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (r_{keglestub}^2 + R_{keglestub}^2 + r_{keglestub} \cdot R_{keglestub})} \cdot 1. = 7.795344150$$

$$h_{keglestub} \cdot cm = h_{keglestub} \cdot cm$$

Denne formel regner arealet af den krumme overflade og bunden, men ikke toppen, da den ikke er med.

$$A_{keglestub} = O + G :$$

$$O_{keglestub} = \pi \cdot (r_{keglestub} + R_{keglestub}) \cdot a :$$

$$a_{keglestub} = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} :$$

$$a_{keglestub} := \sqrt{h_{keglestub}^2 + (R_{keglestub} - r_{keglestub})^2} = 8.047818985$$

$$O_{keglestub} := \pi \cdot (r_{keglestub} + R_{keglestub}) \cdot a_{keglestub} = 202.2637520$$

$$G_{keglestub} = r^2 \cdot \pi :$$

$$G_{keglestub} := R_{keglestub}^2 \cdot \pi = 9 \pi$$

$$A_{keglestub} := O_{keglestub} + G_{keglestub} = 230.5380859$$

$$A_{keglestub} \cdot cm^2 = 230.5380859 \text{ cm}^2$$

Cylinder

$$r_{cylinder} := 5.:$$

$$V_{cylinder} = r^2 \cdot \pi \cdot h:$$

$$h_{cylinder} = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}:$$

$$h_{cylinder} := \frac{V}{r_{cylinder}^2 \cdot \pi} = 5.092958178$$

$$h_{cylinder} \text{ cm} = 5.092958178 \text{ cm}$$

Denne formel regner arealet af den krumme overflade og bunden af cylinderen, toppen er ikke med.

$$A_{cylinder} = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h + r^2 \cdot \pi:$$

$$A_{cylinder} := r_{cylinder}^2 \cdot \pi + 2 \cdot r_{cylinder} \cdot \pi \cdot h_{cylinder} = 238.5398163$$

$$A_{cylinder} \cdot \text{cm}^2 = 238.5398163 \text{ cm}^2$$

Pyramide

$$V_{pyramide} = \frac{g^2 \cdot h}{3}:$$

$$h_{pyramide} = \frac{V \cdot 3}{g^2}:$$

$$g_{pyramide} := 10:$$

$$h_{pyramide} := \frac{V \cdot 3}{g_{pyramide}^2} = 12$$

$$h_{pyramide} \cdot \text{cm} = 12 \text{ cm}$$

Denne formel regner overfladearealet af alle siderne på en 4-sidet pyramide, bunden er ikke med.

$$A_{pyramide} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot s \cdot g:$$

$s_{pyramide}$ er sidelængden.

$$s_{pyramide} = \sqrt{\left(\frac{g}{2}\right)^2 + h^2}:$$

$$s_{pyramide} := \sqrt{\left(\frac{g_{pyramide}}{2}\right)^2 + h_{pyramide}^2} = 13$$

$$A_{pyramide} := 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot s_{pyramide} \cdot g_{pyramide} = 260$$

$$A_{pyramide} \cdot \text{cm}^2 = 260 \text{ cm}^2$$

Pyramidestub

$$V_{pyramidestub} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (G + g + \sqrt{G \cdot g}) :$$

$$h_{pyramidestub} = \frac{V}{\frac{1}{3} \cdot (G + g + \sqrt{G \cdot g})} :$$

Disse er arealet af de kvadratiske grundfladerne på pyramidestubben.

$$G_{pyramidestub} := 10.^2 = 100.$$

$$g_{pyramidestub} := 4.^2 = 16.$$

$$h_{pyramidestub} := \frac{V}{\frac{1}{3} \cdot (G_{pyramidestub} + g_{pyramidestub} + \sqrt{G_{pyramidestub} \cdot g_{pyramidestub}})} = 7.692307692$$

$$h_{pyramidestub} \cdot cm \cdot 1. = 7.692307692 \text{ cm}$$

Denne formel regner overfladearealet af siderne og bunden på en 4-sidet pyramidestub.

$$A_{pyramidestub} = g + 2(\sqrt{G} + \sqrt{g}) \cdot \sqrt{h^2 + \frac{G}{4} + \frac{g}{4} - \frac{\sqrt{g \cdot G}}{2}} : \quad \langle \checkmark \rangle$$

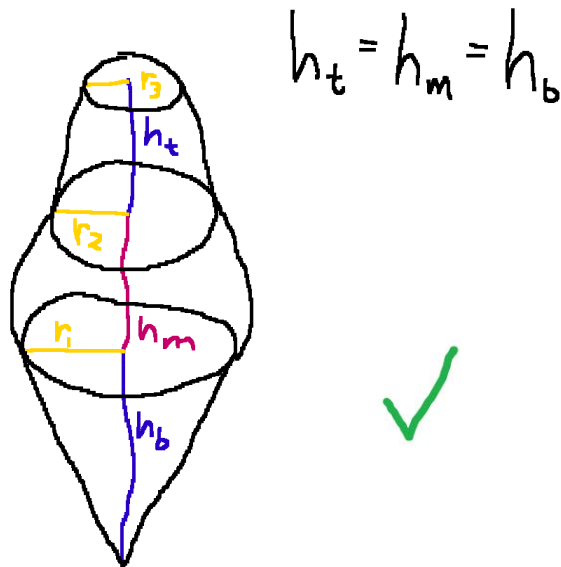
Hvor kommer denne formel fra?

$$\begin{aligned} A_{pyramidestub} &:= g_{pyramidestub} + 2(\sqrt{G_{pyramidestub}} + \sqrt{g_{pyramidestub}}) \\ &\cdot \sqrt{h_{pyramidestub}^2 + \frac{G_{pyramidestub}}{4} + \frac{g_{pyramidestub}}{4} - \frac{\sqrt{g_{pyramidestub} \cdot G_{pyramidestub}}}{2}} \\ &= 247.1850612 \\ A_{pyramidestub} \cdot cm^2 &= 247.1850612 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Opgave 2

restart

Her er vores skitse:



r_1 på vores figur er r_{bund} i vores beregninger, r_2 er r_{midt} i vores beregninger, og r_3 er r_{top} i vores beregninger.

Milliliter til kubikcentimeter

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

Volumen af figuren

Vi ved, at den samlede volume af figuren skal være mindst 80 ml, som er det samme som 80 cm^3 og maks 82 ml, som er det samme som 82 cm^3 , dvs:

$$V = V_{bund} + V_{midte} + V_{top} \wedge 80 \text{ cm}^3 \leq V \leq 82 \text{ cm}^3:$$

Højde

Alle delfigurer i figuren skal have den samme højde

$$h = h_{bund} = h_{midte} = h_{top}:$$

Volume

Da toppen af figuren er en keglestub, bruger vi formelen for volumen af en keglestub til at finde

$$V_{top}$$

$$V_{top} := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_{midt}^2 + r_{top}^2 + r_{midt} \cdot r_{top}):$$

Da midten af figuren er en kugleskive, bruger vi formelen for volume af kugleskive til at finde

$$V_{midt}$$

$$V_{midte} := \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot h \cdot (3 r_{bund}^2 + 3 r_{top}^2 + h^2) :$$

Og da bunden af figuren er en kegle, bruger vi formlen for volume af en kegle til at finde V_{bund}

$$V_{bund} := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r_{bund}^2 :$$

Vi sætter de 3 volume formler sammen i en funktion

$$V_{figur}(h, r_{midt}, r_{top}, r_{bund}) := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r_{midt} (r_{midt}^2 + r_{top}^2 + r_{midt} \cdot r_{top}) + \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot h \cdot (3 r_{bund}^2 + 3 r_{top}^2 + h^2) + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r_{bund}^2 :$$

Og sætter tal ind indtil vi finder noget der passer med, at $80 \leq V \leq 82$

$$V := V_{figur}(2.5, 4.5, 3, 2) = 81.48505946$$



Vores figur ender med at have en højde på 2.5 cm per delfigur, så altså 7.5 cm i alt siden der er 3 delfigurer, en cirkulær kontaktflade med radius af 2 cm mellem midte og bund, en cirkulær kontaktflade med radius på 4.5 cm mellem midte og top og en radius på toppen af figuren på 3 cm. Vores figur har en samlet volume på cirka 81.485 cm³ eller 81.485 ml



Selve opgaveløsningen er fin. Teorien er FOR mangelfuld. Dog reddes det lidt af teori undervejs.