

# *Salt*



Differentialligninger

## Indhold

Besvarelsen **skal** indeholde følgende hovedafsnit:

### *Formål:*

Hvad er formålet med opgaven? Hvad er det, du skal blive bedre til ved at løse opgaven?

### *Teoriafsnit:*

Du skal gøre rede for den teori, der anvendes til at løse opgaverne. Det skal hovedsageligt være den teori, der er ny i netop dette projekt. Du må gerne beskrive relevante beviser – med egne ord. Formålet med dette er, at du gerne skulle have samlet al relevant materiale omkring opgaven, så du lettere kan præsentere opgaven på et højt fagligt/taksonomisk niveau ved mundtlig eksamen.

### *Løsningsafsnit:*

Her skal du foretage de relevante beregninger til løsning af opgaven. Det er vigtigt, at du husker at lægge vægt på dokumentationen af dine beregninger, altså at du hele tiden forklarer, hvad du regner på, og hvorfor du vælger en bestemt metode. Dokumentér også gerne ved hjælp af skitser og grafer.

### *Diskussion:*

Her skal du forholde dig til de resultater, du har fundet frem til i løsningsafsnittet. Vurdér, om resultaterne er realistiske i forhold til de oplysninger, du fik i opgaven.

### *Konklusion*

Hvis der mangler et eller flere af de nævnte afsnit, bliver besvarelsen ikke godkendt som afleveret.

### Beholdere med saltopløsning

I tre 1000 liters beholdere er der salt opløst i vand.

I beholder A og B er der 800 liter vand, hvori der er opløst 25 kg salt.

I beholder C er der 500 liter vand, hvori der er opløst 25 kg salt.

#### **Opgave 1 (Tank A):**

Rent vand løber ind i beholderen med en hastighed på 1 liter i minuttet og blandes med saltvandet. Samtidig løber blandingen ud af beholderen med samme hastighed.

Opløsningens saltindhold  $y = f(t)$  er en funktion af tiden  $t$  målt i minutter.

- a) Vis at  $y$  opfylder følgende differentialligning:

$$\frac{dy}{dx} = -0,00125y$$

- b) Løs differentialligningen fra spørgsmål a)  
c) Til hvilket tidspunkt er saltindholdet nede på 20 kg?  
d) Til hvilket tidspunkt er saltindholdet nede på 10 kg?  
e) Hvad er saltindholdet efter 5 timer?

#### **Opgave 2 (Tank B):**

Vandet, der løber ind i beholderen, indeholder 0,02 kg salt pr. liter. Vandet løber ind med en hastighed på 1 liter pr. minut. Vandet løber også ud igen med en hastighed på 1 liter pr. minut

- a) Opstil en differentialligning, der opfyldes af funktionen  $y = f(t)$ , hvor  $y$  er saltindholdet som funktion af tiden  $t$ .  
b) Bestem den løsning  $f(t)$ , der går gennem (0,25).  
c) Til hvilken tid er saltindholdet 20 kg?  
d) Hvad er saltindholdet efter 5 timer?  
e) Saltindholdet stabiliserer sig med tiden på et bestemt koncentration. Bestem denne koncentration.

#### **Opgave 3 (Tank C):**

Rent vand løber ind med en hastighed på 2 liter pr. minut, men der løber kun 1 liter ud pr. minut. Følgende differentialligning beskriver situationen i beholder C.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-y}{500 + t}, y > 0$$

- a) Efter hvor mange minutter er beholderen fyldt?  
b) Hvad er saltindholdet på det tidspunkt, som er fundet i spørgsmål a)

Herefter bliver udløbet ligeledes på 2 liter pr. minut.

- c) Hvad er saltindholdet efter yderligere 5 timers forløb?  
d) Hvor længe går der fra starttidspunktet til saltindholdet er mindre end 0,1 kg?